

ゼロ知識証明とは

2013/12/11

(数物・電子情報系学科・情報工学EP3年)

・調査背景 (なぜこのキーワードを選んだか)

「ゼロ知識証明」という言葉の意味が知りたかった。
また、それがどのように暗号理論に応用されるのかを調べるため。

⇒”0”の知識を”証明”するとは？

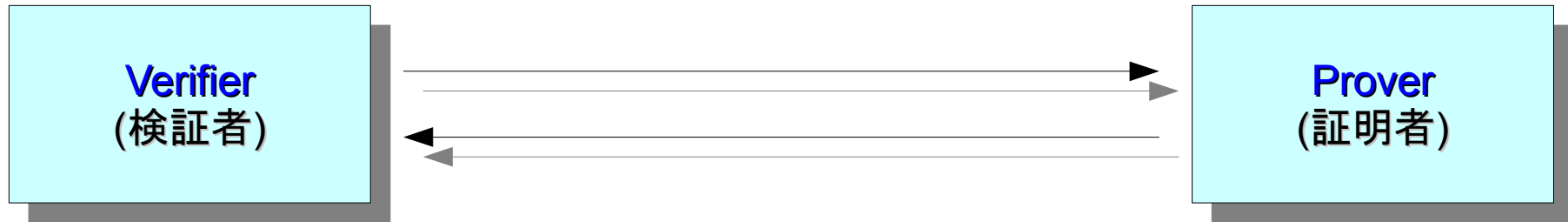
⇒”ゼロ知識”とは？

・発表の流れ

1. ゼロ知識証明とは
2. 具体例
3. 応用例

ゼロ知識証明

ZKIP (Zero Knowledge Interactive Proof)



- ・お金を払ってでも情報を知りたい
- ・その情報が本当かどうかわからない

- ・お金をくれれば情報を教えても良い

Prover(証明者)はVerifier(検証者)に
「正しい情報を知っていること」のみを教えたい

⇒情報の中身は教えたくない

ゼロ知識証明

ZKIP (Zero Knowledge Interactive Proof)

ゼロ知識証明が満たすべき3つの条件

完全性:

真であることを確認する側(検証者)は、証明する側(証明者)の持っている命題が真であるならば、真であることが必ずわかること。

健全性:

証明者の持つ命題が偽であるなら、検証者は高い確率でそれが偽であると見抜けること。

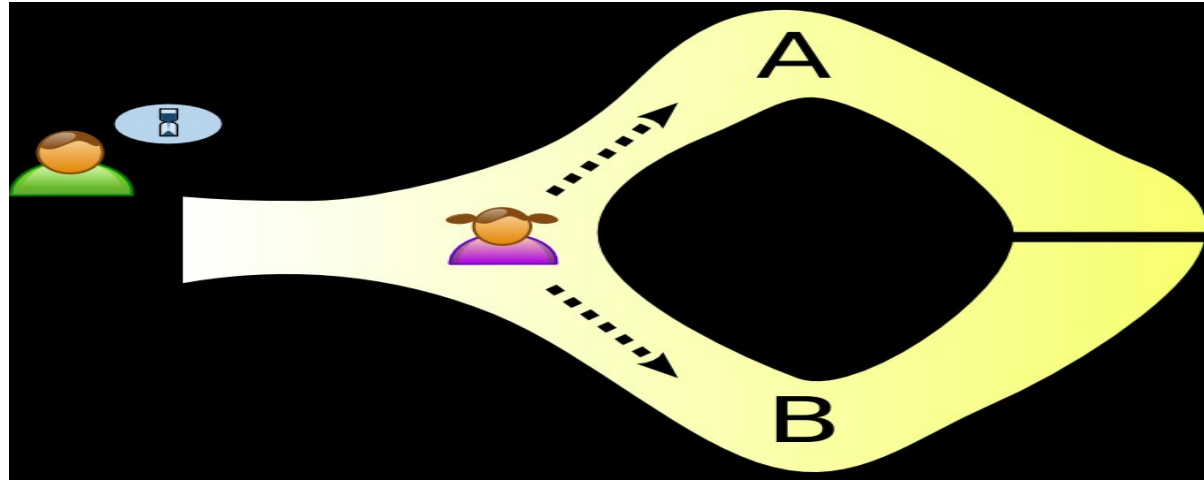
ゼロ知識性(これが一番重要):

証明者の持つ命題が真であるなら、検証者が不正して証明者から知識を盗もうとしても「命題が真である」以外の何の知識も得られないこと。

(例)パスワードを盗もうとしても、「正しいパスワードを入力すれば、ログインができる」以外の情報が得られない⇒パスワード自体についてはわからない

具体例

(洞窟の問題)



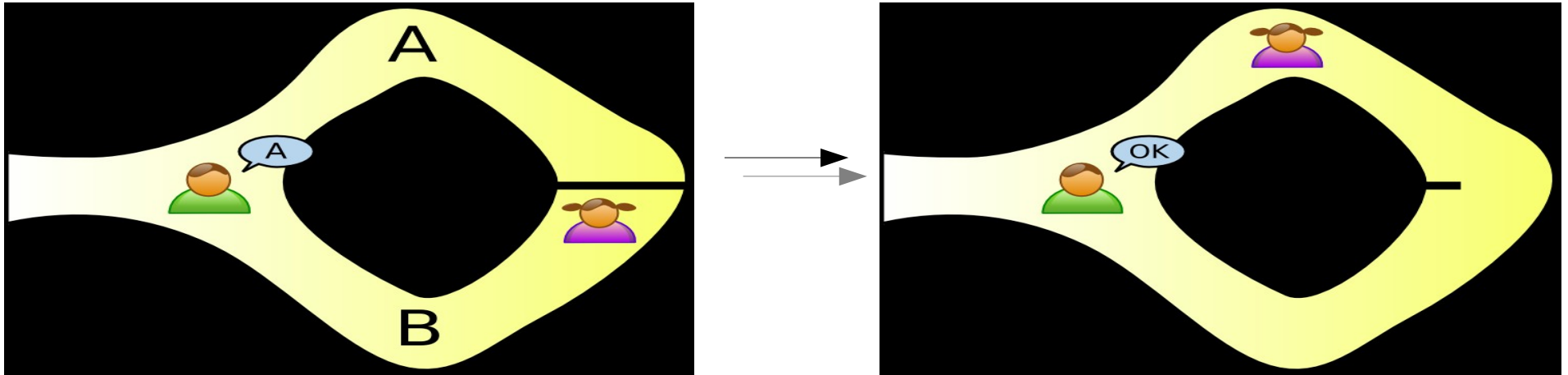
- 洞窟の一番奥に、ある合言葉で開く魔法の扉があり、洞窟は途中で分かれて奥でつながっていて、魔法の扉で仕切られている。
- Pさんは洞窟の奥にある魔法の扉を開く合言葉を手に入れた。
- Vさんは合言葉をお金を払ってでも知りたいが、Pさんが本当の合言葉を知っているかどうかを確認したい。
- Pさんは合言葉を教えても良いが、Vさんがお金を払うまで教えたくない。

⇒合言葉そのものを教えることなく

「Pさんは合言葉を知っている」という事実のみを証明したい。 5

具体例

(洞窟の問題)



(証明方法)

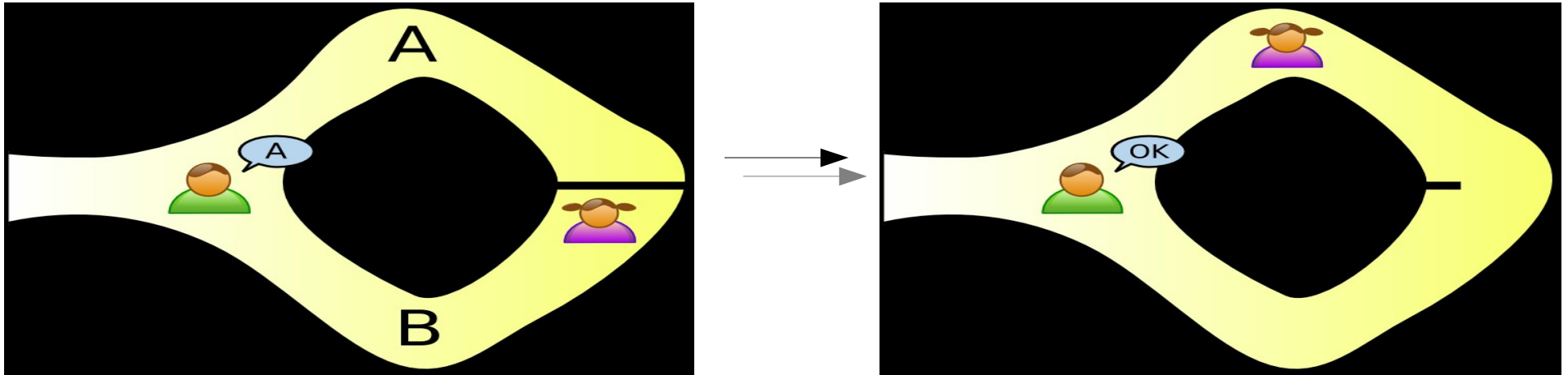
まず、Vさんは洞窟の外で待ち、Pさんだけ入る。

左右の分かれ道をそれぞれA,Bと呼ぶことにすると、PさんはAかBどちらかの分かれ道を**ランダムに選んで**奥に入ることになる。

次にVさんは分かれ道の入り口まで行き、どちらかの道を**ランダムに選ぶ**。そしてPさんに、ランダムに選んだその道から出てきてほしいと大声で伝える。

Pさんが合い言葉を知っているならそれに答えるのは簡単である。もし反対側なら魔法の扉を開けて通るだけでよい。**VさんはPさんがどちらから入ったのかは知らない**という点に留意。

具体例 (洞窟の問題)



Q:Pさんに「Aから入ってBから出て欲しい」というだけではダメなのか？

⇒確かに**証明はできる**が、VさんがこっそりPさんの跡をつけて合言葉を盗める可能性がでてくる。**(※ゼロ知識性を満たしていない)**

Q:PさんがAから入って、VさんがAから出てきた場合、証明ができないのでは？

⇒Pさんが合言葉を知らなかった場合、正答率は50%だが**繰り返すことで0%に限りなく近づけることができる**。**(※健全性の保証)**

これが、**ゼロ知識証明のメカニズム**である。

暗号分野のゼロ知識証明

もう一つ例を挙げる。**mを法とした平方根を求めるのが困難だ**
という前提のもと、整数Z,mが与えられたとき、証明者が

$$Z \equiv T^2 \pmod{m}$$

(Z...Tを2乗してmで割った時の余り)

となるTを知っていることを確かめる。

つまり、**Tを教えることなく、Tを知っていることを証明**できればよい。

※ちなみに、mはできるだけ大きな素数の積⇒素因数分解問題に準拠

暗号分野のゼロ知識証明

$$Z \equiv T^2 \pmod{m}$$

1. 証明者は乱数 R を生成し $X \equiv R^2 \pmod{m}$ を検証者に送る。
2. 検証者は $b=0$ or 1 をランダムに選び証明者に送る。
3. 証明者は $Y \equiv (T^b) \cdot R \pmod{m}$ を検証者に送る。
4. 検証者は $(Z^b) \cdot X \equiv Y^2 \pmod{m}$ を確かめる。

* 証明者が本当に T を知っていれば、4.は常に成立する。

* 証明者が T を知らなかった場合...

もし $b=1$ となることが事前にわかっていた場合、 X の値を適切な数値にすることで4.を常に成立させることができ、 $b=0$ となることが既に分かっているならば、 R をやりとりするだけなので常に成立する。

* 実際には b の値が事前にわからないため、騙せる確率は50%。

⇒繰り返すことで0%に限りなく近づく。

暗号分野のゼロ知識証明

$$16 \equiv 18^2 \pmod{77}$$

証明者:

$R=4$ とし $X=4^2 \pmod{77}=16$ を送信

検証者: $b=1$ を送信

証明者: $Y=(T^b) \cdot R \pmod{77}$

$=18 \cdot 4 \pmod{77}=72$ を送信

検証者:

$(Z^b) \cdot X \pmod{77}$

$=16 \cdot 9 \pmod{77}=25$

$Y^2 \pmod{77}=72^2 \pmod{77}=25$

洞窟の問題で言うと、Pさんが
 $A \Rightarrow B$ と出てくる例。

正しい解を知っていれば成立。

証明者:

$R=11$ とし $X=11^2 \pmod{77}=44$ を送信

検証者: $b=0$ を送信

証明者: $Y=(T^b) \cdot R \pmod{77}$

$=11 \pmod{77}=11$ を送信

検証者:

$(Z^b) \cdot X \pmod{77}$

$=1 \cdot 44 \pmod{77}=44$

$Y^2 \pmod{77}=11^2 \pmod{77}=44$

洞窟の問題で言うと、Pさんが
 $A \Rightarrow A$ と出てくる例。

乱数のやりとりのみ。常に成立。

これをさらに応用していくと、ゼロ知識対話証明のプロトコルとなる¹⁰。

(参考文献)

Wikipedia-ゼロ知識証明

<http://ja.wikipedia.org/wiki/ゼロ知識証明>

Security BOSS-Security事情

<http://www.nttpc.co.jp/service/securityboss/news/security/index.html>

小山 謙二-ゼロ知識対話証明の原理と課題 (<小特集>ゼロ知識証明とその応用)

<http://ci.nii.ac.jp/naid/110002762502>

ゼロ知識証明入門

<http://lab.iisec.ac.jp/~arita/lecture3.html>

ご静聴ありがとうございました。